

Correction complete des examens

Chimie - Physique - Mathématiques | Juin2026 | AtheneeAd.MAX / VilledeBruxelles

Ce document reprend, question par question, la réponse correcte et la méthode de résolution pour les trois épreuves. Pour chaque exercice : l'énoncé est rappelé brièvement, la solution correcte est détaillée, et l'erreur commise (quand elle est identifiable) est expliquée.

Remarque de lecture : certaines étapes manuscrites des copies étaient partiellement illisibles sur les photos (ratures, écriture serrée). Dans ces cas, la méthode correcte est présentée intégralement à partir de l'énoncé imprimé, même si le détail exact du calcul manuscrit n'a pas pu être retranscrit à 100%.

**Je t'aime foortt mon amourr
couragee tu va réussir !!!!** ❤️❤️❤️❤️



1. CHIMIE

Partie I - Questions a choix multiple

I. Equilibre : $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}(\text{aq}) + 2\text{OH}^-(\text{aq}) \rightleftharpoons 2\text{CrO}_4^{2-}(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$. Quel ajout deplace l'equilibre vers la formation du **dichromate** (donc vers la gauche) ?

Reponse correcte : c) HCl. Ajouter un acide consomme les ions OH^- ($\text{H}^+ + \text{OH}^- \rightarrow \text{H}_2\text{O}$), ce qui, par la loi de Le Chatelier, deplace l'equilibre vers la gauche, donc vers la formation de dichromate. Ajouter KOH ferait l'inverse (formation de chromate), et ajouter $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ ajoute une espece deja presente a gauche, ce qui deplacerait l'equilibre vers la droite (formation de chromate), pas vers le dichromate.

II. Pour une reaction limitee a un equilibre, quel parametre affecte la valeur de K_c ?

Reponse correcte : b) La temperature. La constante d'equilibre K_c ne depend que de la temperature. La concentration des reactifs, la pression et un catalyseur modifient la vitesse ou la position de l'equilibre, mais jamais la valeur de K_c elle-meme.

III. $\text{Ni}(\text{s}) + 4\text{CO}(\text{g}) \rightleftharpoons \text{Ni}(\text{CO})_4(\text{g})$, $\Delta H < 0$. Quelle action favorise la formation de $\text{Ni}(\text{CO})_4(\text{g})$?

Reponse correcte : c) Augmenter la concentration de CO. Ajouter un reactif deplace l'equilibre vers la droite (formation du produit), quel que soit le signe de ΔH . (A noter : diminuer la temperature favoriserait aussi la formation du produit puisque la reaction est exothermique, et augmenter la pression favoriserait le cote ayant le moins de moles de gaz, ici $\text{Ni}(\text{CO})_4$; mais parmi les options proposees, c'est l'augmentation de $[\text{CO}]$ qui est demandee.)

IV/VI. Lecture de graphique cinetique (concentration en fonction du temps).

Si la courbe descend progressivement vers **zero** (reaction totale, non reversible) : la fleche simple ($\rightarrow$) est de mise ; si elle descend puis se stabilise sur un **plateau non nul** (equilibre atteint) : la double fleche ($\rightleftharpoons$) est de mise. Le coefficient stoechiometrique le plus eleve du reactif consomme correspond generalement a la courbe qui chute le plus rapidement au debut.

V. **Aspirine (acide acetylsalicylique)**. On peut dire de cette substance que :

Reponse correcte : b) ce n'est pas un electrolyte fort. L'acide acetylsalicylique est un acide faible (dissociation partielle), donc pas un electrolyte fort ; il reste neanmoins un electrolyte (partiel), donc la reponse 'ce n'est pas un electrolyte' (c) est incorrecte.

VI (suite). Milieu de l'estomac / suc gastrique. Reaction acide-base $\text{HA} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{A}^- + \text{H}_3\text{O}^+$, tres deplacee vers la gauche (acide faible, caractere tres peu dissocié) : l'equilibre (1) sera donc deplace vers la gauche.

VII. Reactions d'oxydoreduction - vrai/faux.

- Une reaction redox est un echange d'electrons entre l'oxydant d'un couple et le reducteur d'un autre couple (pas du meme couple) $\rightarrow$ cette affirmation est fausse.

- Lors d'une reaction redox, l'oxydant est reduit (il gagne des electrons, son nombre d'oxydation diminue), il n'est jamais oxyde $\rightarrow$ affirmation fausse.

- L'oxydant voit son nombre d'oxydation diminuer (pas croître) $\rightarrow$ affirmation fausse.

Reponse correcte : l'oxydant oxyde le reducteur (c'est la definition meme : l'oxydant provoque l'oxydation du reducteur en captant ses electrons).

VIII. **Hydrocortisone**. Fonctions organiques oxygenees presentes dans la molecule representee : la structure comporte une cetone conjuguee ($\text{C}=\text{O}$ sur le cycle), une fonction cetone lateral ($\text{C}=\text{O}$ sur la chaine), et deux fonctions alcool ($-\text{OH}$). **Reponse correcte : b) Deux cetones et trois alcools** si la molecule comporte effectivement 2 $\text{C}=\text{O}$ et 3 OH (a verifier sur le schema precis) - relire attentivement la structure pour compter le nombre exact de groupements $\text{C}=\text{O}$ et OH avant de conclure.

IX. $\text{pH} = 8,4$ pour une base faible de concentration $0,300 \text{ mol/L}$. On utilise : $\text{pOH} = 14 - \text{pH} = 14 - 8,4 = 5,6$, donc $[\text{OH}^-] = 10^{(-5,6)} = 2,51 \times 10^{-6} \text{ mol/L}$. $K_b = [\text{OH}^-]^2 / (C - [\text{OH}^-]) \sim [\text{OH}^-]^2 / C$ (approximation valable car $[\text{OH}^-] \ll C$) $= (2,51 \times 10^{-6})^2 / 0,300 = 6,30 \times 10^{-12} / 0,300 = 2,10 \times 10^{-11}$.

Reponse correcte : c) $2,10 \times 10^{-11}$.

X. Reactions d'oxydoreduction. Reponse correcte : l'oxydant oxyde le reducteur (voir justification au point VII ci-dessus). Les trois autres propositions sont fausses pour les memes raisons deja expliquees (l'oxydant est reduit, son N.O. diminue, et l'echange d'electrons se fait entre deux couples differents).

Partie II - Question 1 : solution tampon de pH 10,33

a) Choix des solutions. Le pH cible (10,33) correspond exactement au pK_{a2} du couple $\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}$ ($\text{pK}_{a2} = 10,33$, donne dans l'enonce). Il faut donc choisir le couple acide/base conjugue $\text{K}_2\text{CO}_3(\text{aq})$ et $\text{KHCO}_3(\text{aq})$ (CO_3^{2-} est la base, HCO_3^- est l'acide). C'est la bonne reponse.

b) Volumes a prelever. Formule de Henderson-Hasselbalch : $\text{pH} = \text{pK}_{a2} + \log([\text{CO}_3^{2-}]/[\text{HCO}_3^-])$. Puisque $\text{pH} = \text{pK}_{a2} = 10,33$, on a $\log(\text{ratio}) = 0$, donc $[\text{CO}_3^{2-}] = [\text{HCO}_3^-]$: il faut des quantites de matiere egales des deux especes. Avec des solutions meres a $0,20 \text{ mol/L}$, pour preparer 1 L de tampon, il suffit de prelever des volumes egaux des deux solutions : 500 mL de K_2CO_3 ($0,20 \text{ mol/L}$) + 500 mL de KHCO_3 ($0,20 \text{ mol/L}$) (volume total = 1 L , concentration finale de chaque espece = $0,10 \text{ mol/L}$, moles egales = $0,10 \text{ mol}$ chacune).

c) Nouveau pH apres ajout de $1,70 \text{ mL}$ de solution de HCl a $11,97 \text{ mol/L}$.

$n(\text{HCl}) \text{ ajoute} = 0,00170 \text{ L} \times 11,97 \text{ mol/L} = 0,02035 \text{ mol}$.

Cet acide fort reagit avec la base du tampon ($\text{CO}_3^{2-} + \text{H}_3\text{O}^+ \rightarrow \text{HCO}_3^- + \text{H}_2\text{O}$), consommant du CO_3^{2-} et produisant du HCO_3^- en quantite equivalente.

Avant ajout (point b) : $n(\text{CO}_3^{2-}) = n(\text{HCO}_3^-) = 0,10 \text{ mol}$.

Apres ajout : $n(\text{CO}_3^{2-}) = 0,10 - 0,02035 = 0,07965 \text{ mol}$; $n(\text{HCO}_3^-) = 0,10 + 0,02035 = 0,12035 \text{ mol}$.

Nouveau $\text{pH} = \text{pK}_{a2} + \log(n(\text{CO}_3^{2-})/n(\text{HCO}_3^-)) = 10,33 + \log(0,07965/0,12035) = 10,33 + \log(0,6617) = 10,33 - 0,179 = 9,60$ (arrondi a 2 decimales : $\text{pH} = 10,15$ selon l'approximation du volume ; en toute rigueur, en gardant le calcul ci-dessus, $\text{pH} \sim 10,15$).

Remarque : le volume total ($1 \text{ L} + 1,70 \text{ mL}$) varie de facon negligeable, on peut raisonner directement sur les moles comme ci-dessus (le volume s'annule dans le rapport $[\text{CO}_3^{2-}]/[\text{HCO}_3^-]$).

Question 2 : equilibre $2 \text{ A(g)} + \text{B(g)} \rightleftharpoons 3 \text{ C(g)}$, $K_c = 2$

Methode generale (tableau d'avancement) :

- Poser les concentrations initiales de A et B (donnees dans l'enonce) et 0 pour C.
- A l'equilibre, si x est l'avancement, [A] diminue de $2x$, [B] diminue de x , [C] augmente de $3x$.
- Utiliser la valeur d'equilibre de [A] donnee ($1,6 \text{ mol/L}$) pour trouver x, puis en deduire [B] a l'equilibre.
- Injecter les trois concentrations d'equilibre dans $K_c = [\text{C}]^3 / ([\text{A}]^2 \times [\text{B}]) = 2$ pour verifier ou resoudre l'inconnue restante.

Point d'attention sur la copie : l'expression de K_c doit toujours etre '[produits]^coefficients / [reactifs]^coefficients', soit $K_c = [\text{C}]^3 / ([\text{A}]^2 [\text{B}])$. Verifiez que cette expression est bien celle utilisee avant de resoudre l'equation du troisieme degre en x.

Question 3 : pile Cu / Ag

Donnees : $E^\circ(\text{Ag}^+/\text{Ag}) = 0,80 \text{ V}$; $E^\circ(\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}) = 0,34 \text{ V}$.

Identification des électrodes : la cathode est toujours l'électrode où se produit la **réduction**, c'est-à-dire celle qui a le potentiel standard de réduction le **plus élevé**. Ici $E^\circ(\text{Ag}^+/\text{Ag}) = 0,80 \text{ V} > E^\circ(\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}) = 0,34 \text{ V}$, donc :

- **Cathode (+) = électrode d'argent :** $\text{Ag}^+ + e^- \rightarrow \text{Ag}$ (réduction)
- **Anode (-) = électrode de cuivre :** $\text{Cu} \rightarrow \text{Cu}^{2+} + 2 e^-$ (oxydation)
- Les **électrons** circulent dans le circuit extérieur de l'anode (Cu) vers la cathode (Ag).
- Dans le **pont salin**, les **cations** migrent vers le compartiment cathodique (Ag), les **anions** migrent vers le compartiment anodique (Cu), afin de neutraliser les charges qui apparaissent dans chaque compartiment.

Calcul de la f.e.m. : $f.e.m. = E^\circ(\text{cathode}) - E^\circ(\text{anode}) = 0,80 - 0,34 = 0,46 \text{ V}$.

Question 4 : titrage acide-base (identification d'une substance inconnue)

Méthode complète :

1. A partir de la courbe de titrage, repérer le **volume équivalent** V_{eq} (abscisse du point d'inflexion, ou intersection des deux tangentes).
2. Repérer sur la courbe le pH à la **demi-équivalence** ($V = V_{eq}/2$) : pour un acide faible titré par une base forte, ce pH est égal au pK_a de l'acide (formule $pH = pK_a + 1/2 \log(C_{acide})$ uniquement valable à l'équivalence, PAS à la demi-équivalence - à la demi-équivalence, $pH = pK_a$ directement, car $[\text{acide}] = [\text{base conjuguée}]$).
3. Comparer la valeur de $K_a = 10^{-(pK_a)}$ ainsi obtenue au tableau des K_a fournis en annexe pour identifier la substance.
4. Utiliser $C_1 \times V_1(\text{acide}) = C_2 \times V_2(\text{NaOH})$ à l'équivalence pour calculer la concentration molaire C_a de la solution inconnue (C_2 et V_{eq} sont les données connues du titrant).
5. Au point d'équivalence, la solution ne contient que la base conjuguée A^- (l'acide a été entièrement neutralisé). Le pH se calcule alors avec la formule d'une base faible : $pH = 7 + 1/2 pK_a + 1/2 \log(C_{base})$, où C_{base} est la concentration de A^- au point d'équivalence (attention : il faut diviser le nombre de moles par le **volume total** à l'équivalence, $V_{acide} \text{ initial} + V_{eq}$, pas seulement par le volume initial).

Erreur fréquente à éviter : ne pas confondre la formule du pH à l'équivalence (base faible, formule ci-dessus) avec celle d'un acide fort ($pH = -\log C$) : au point d'équivalence d'un titrage acide faible/base forte, le pH est toujours **supérieur à 7** (milieu basique), jamais calculé comme un acide fort.

Question 5 : masse de KMnO_4 nécessaire pour oxyder du Fe(II)

Demi-équations redox :

$\text{MnO}_4^- + 8 \text{H}^+ + 5 e^- \rightarrow \text{Mn}^{2+} + 4 \text{H}_2\text{O}$ (réduction, x1)

$\text{Fe}^{2+} \rightarrow \text{Fe}^{3+} + e^-$ (oxydation, x5)

Equation globale : $\text{MnO}_4^- + 8 \text{H}^+ + 5 \text{Fe}^{2+} \rightarrow \text{Mn}^{2+} + 4 \text{H}_2\text{O} + 5 \text{Fe}^{3+}$

$n(\text{Fe}^{2+}) = C \times V = 10^{-2} \text{ mol/L} \times 0,025 \text{ L} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ mol}$.

D'après la stoechiométrie : $n(\text{MnO}_4^-) = n(\text{Fe}^{2+})/5 = 2,5 \times 10^{-4} / 5 = 5 \times 10^{-5} \text{ mol}$.

$M(\text{KMnO}_4) = 39,1 + 54,9 + 4 \times 16,0 = 158,0 \text{ g/mol}$.

$m(\text{KMnO}_4) = n \times M = 5 \times 10^{-5} \text{ mol} \times 158,0 \text{ g/mol} = 7,9 \times 10^{-3} \text{ g}$ (soit 7,9 mg).

Question 6 : cinétique - réaction $\text{BrO}_3^- + 5 \text{Br}^- + 6 \text{H}^+ \rightarrow 3 \text{Br}_2 + 3 \text{H}_2\text{O}$

A partir du tableau des 4 expériences (concentrations initiales, pH, vitesses initiales), on détermine l'ordre partiel par rapport à chaque espèce en comparant deux expériences où une seule concentration varie à la fois (les autres étant maintenues constantes) :

- Entre les expériences où seul $[\text{BrO}_3^-]$ double (les autres grandeurs restant identiques), la vitesse double également : **ordre partiel par rapport à $\text{BrO}_3^- = 1$** .
- Entre les expériences où seul $[\text{Br}^-]$ triple, la vitesse triple également : **ordre partiel par rapport à $\text{Br}^- = 1$** .
- Entre les expériences où seul le pH varie (donc $[\text{H}^+]$), en comparant les rapports $v_2/v_1 = ([\text{H}^+]_2/[\text{H}^+]_1)^n$, on trouve un exposant proche de 2 : **ordre partiel par rapport à $\text{H}^+ = 2$** .

Loi de vitesse : $v = k [\text{BrO}_3^-] [\text{Br}^-] [\text{H}^+]^2$ (ordre global = $1+1+2 = 4$).

En reinjectant une expérience quelconque dans cette loi (par exemple $[\text{BrO}_3^-]=0,20$; $[\text{Br}^-]=0,10$; $\text{pH}=1$ donc $[\text{H}^+]=0,10$; $v=2,4 \times 10^{-3} \text{ mol/(L.s)}$) :

$k = v / ([\text{BrO}_3^-][\text{Br}^-][\text{H}^+]^2) = 2,4 \times 10^{-3} / (0,20 \times 0,10 \times 0,10^2) = 2,4 \times 10^{-3} / (2,0 \times 10^{-4}) = k \sim 12 \text{ L}^3 \cdot \text{mol}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$ (valeur cohérente en reinjectant les 3 autres expériences du tableau).

La réaction est-elle d'ordre élémentaire ? Non : les ordres partiels observés expérimentalement (1 pour BrO_3^- , 1 pour Br^- , 2 pour H^+) ne correspondent pas aux coefficients stoechiométriques de l'équation globale (1, 5 et 6 respectivement). Une réaction élémentaire aurait un ordre partiel égal au coefficient stoechiométrique pour chaque espèce ; ce n'est pas le cas ici, donc la réaction se déroule probablement en plusieurs étapes (mécanisme réactionnel complexe).

Questions IX-X (annexe) et phénol / mélange d'acides

Phénol (Question II.1) : solubilité $S = 9,4 \text{ g/L}$, $M(\text{C}_6\text{H}_5\text{OH}) = 94 \text{ g/mol}$, donc $C = 9,4/94 = 0,1 \text{ mol/L}$. A $\text{pH} = 5,5$ (solution saturée), en utilisant $\text{pH} = 1/2 \text{ pK}_a - 1/2 \log(C)$: $5,5 = 1/2 \text{ pK}_a - 1/2 \log(0,1) = 1/2 \text{ pK}_a + 0,5$, donc $\text{pK}_a = 2 \times (5,5 - 0,5) = 10$, d'où $K_a = 10^{-10}$ et $\text{pK}_b(\text{base conjuguée}) = 14 - \text{pK}_a = 4$.

Mélange de deux volumes égaux d'acide fort à $\text{pH}=1$ et $\text{pH}=3$: $[\text{H}_3\text{O}^+]_1 = 10^{-1} = 0,1 \text{ mol/L}$; $[\text{H}_3\text{O}^+]_2 = 10^{-3} \text{ mol/L}$. Après mélange à volumes égaux (dilution par 2 de chaque, puis moyenne) : $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{finale}} = (0,1 + 0,001)/2 = 0,0505 \text{ mol/L}$, soit $\text{pH}_{\text{final}} = -\log(0,0505) = 1,30$ (le mélange se rapproche fortement du pH de la solution la plus concentrée en H_3O^+).

2. PHYSIQUE

Q1 - Association de condensateurs (serie et parallele)

En serie : la charge Q est la meme sur chaque condensateur (conservation de la charge dans une branche en serie). La tension totale est la somme des tensions : $V = V_1 + V_2 + V_3 = Q/C_1 + Q/C_2 + Q/C_3 = Q (1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3)$.

Comme $V = Q/C_{eq}$, on obtient : $1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3$.

En parallele : la tension V est la meme aux bornes de chaque condensateur. La charge totale est la somme des charges : $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C_1V + C_2V + C_3V = (C_1+C_2+C_3) V$.

Comme $Q = C_{eq}V$, on obtient : $C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$.

Erreur a corriger : sur la copie, la loi ' $1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3$ ' a ete appliquee au mauvais cas (les deux formules ont ete inversees a un moment du developpement). Bien retenir : en serie -> les inverses s'additionnent ; en parallele -> les capacites s'additionnent directement.

Q2 - Systeme d'equations pour un circuit a plusieurs mailles

Methode generale (lois de Kirchhoff), avec 3 courants inconnus (I_1, I_2, I_3), il faut 3 equations independantes :

1. **Loi des noeuds** (a un noeud du circuit) : la somme des courants entrants = la somme des courants sortants. Par exemple, si I_1 et I_2 entrent dans un noeud et I_3 en sort : $I_1 + I_2 = I_3$.

2. **Loi des mailles** (pour chacune des 2 boucles independantes restantes) : dans une maille, la somme algebrique des f.e.m. rencontrees est egale a la somme algebrique des chutes de tension $R.I$, en respectant un sens de parcours choisi (une f.e.m. ou une chute de tension parcourue dans le sens contraire au sens de parcours choisi est comptee negativement).

Point d'attention : la principale source d'erreur dans ce type d'exercice est un probleme de signe : il faut choisir un sens de parcours pour chaque maille et s'y tenir, en verifiant pour chaque resistance traversee si le sens du courant suppose correspond au sens de parcours (si oui : $+R.I$; si le courant suppose va dans le sens oppose au parcours choisi : $-R.I$). Sur la copie, ce sont des erreurs de signe dans les equations de mailles qui expliquent le score de 0/20 : il faut reprendre le circuit, fixer clairement un sens de parcours sur chaque maille et refaire les deux equations de maille en respectant ce sens.

Q3 - Note emise par une lame de xylophone (analyse d'un oscillogramme)

Sur le graphique $U(t)$, il faut mesurer la **periode T** en reperant la distance (en temps) entre deux maxima consecutifs (ou deux points identiques du signal). D'apres le graphique fourni (un maximum vers $t \sim 0,2-0,3$ ms et le suivant vers $t \sim 0,9-1,0$ ms), on lit une periode **$T \sim 0,7 \times 10^{-3}$ s**.

$$f = 1/T = 1/(0,7 \times 10^{-3}) \sim 1,4 \times 10^3 \text{ Hz.}$$

D'apres le tableau fourni, la frequence $1,4 \times 10^3$ Hz correspond a la note **Fa5** (et non La5, qui vaut $1,8 \times 10^3$ Hz d'apres le tableau).

Erreur a corriger : le calcul de la frequence ($1,4 \times 10^3$ Hz) etait correct, mais la lecture du tableau de correspondance frequence/note a associe cette valeur a 'La5' au lieu de 'Fa5'. C'est bien $1,4 \times 10^3$ Hz qui correspond a Fa5 dans le tableau donne (Do5=1,0 ; Re5=1,2 ; Mi5=1,3 ; Fa5=1,4 ; Sol5=1,6 ; La5=1,8 ; Si5=2,0, tous $\times 10^3$ Hz).

Q4 - Force electrostatique resultante (loi de Coulomb)

Donnees : $q_A = 0,3 \text{ uC}$, $q_B = 0,2 \text{ uC}$, $q_C = -0,8 \text{ uC}$, alignees, distance A-B = 2 cm, distance B-C = 4 cm (donc distance A-C = 6 cm). $k = 9,0 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$.

Force de B sur A (q_A et q_B tous deux positifs -> force repulsive) :

$F(A/B) = k |q_A \cdot q_B| / r(AB)^2 = 9,0 \times 10^9 \times (0,3 \times 10^{-6})(0,2 \times 10^{-6}) / (0,02)^2 = 9,0 \times 10^9 \times 6,0 \times 10^{-14} / 4,0 \times 10^{-4} = 1,35 \text{ N}$, dirigee en s'eloignant de B (A est repousse, donc vers la gauche si B est a droite de A).

Force de C sur A (q_A positif, q_C negatif -> force attractive) :

$F(A/C) = k |q_A \cdot q_C| / r(AC)^2 = 9,0 \times 10^9 \times (0,3 \times 10^{-6})(0,8 \times 10^{-6}) / (0,06)^2 = 9,0 \times 10^9 \times 2,4 \times 10^{-13} / 3,6 \times 10^{-3} = 0,60 \text{ N}$, dirigee vers C (A est attire, donc vers la droite si C est a droite de A).

Force resultante sur q_A : les deux forces sont sur le meme axe mais de sens opposes (repulsion de B vers la gauche, attraction de C vers la droite) : $F(\text{resultante}) = F(A/C) - F(A/B) = 0,60 - 1,35 = -0,75 \text{ N}$, soit une force resultante de 0,75 N dirigee vers la gauche (dans le sens oppose a B et C, A est globalement repousse).

Erreur a corriger : dans le calcul original, le carre du denominateur combinait les deux distances $(2 \text{ cm})^2 \times (4 \text{ cm})^2$ au lieu d'utiliser uniquement la distance propre a chaque paire de charges ($r(AB)=2 \text{ cm}$ pour $F(A/B)$; $r(AC)=6 \text{ cm}$, PAS 4 cm, pour $F(A/C)$, puisque la distance totale A-C est la somme A-B + B-C = 2+4 = 6 cm). De plus, les deux forces ont ete additionnees directement sans tenir compte du fait qu'elles sont de sens opposes (l'une est une repulsion, l'autre une attraction).

3. MATHEMATIQUES (6e SC-LS-EM)

Partie 1

Question 1 - Calcul de primitives

(2) $\int (7^x + 10) dx = 7^x / \ln(7) + 10x + C$.

(3) Integrale $(2x-3)/(x^2-3x+4) dx$: on pose $t = x^2-3x+4$, $dt = (2x-3) dx$. L'integrale devient Integrale $dt/t = \ln|t| + C = \ln|x^2-3x+4| + C$. (Methode correcte deja appliquee sur la copie.)

(4) Integrale $(x-2)^5 dx$: on pose $t = x-2$, $dt = dx$. Integrale $t^5 dt = t^6/6 + C = (x-2)^6/6 + C$. (Correct sur la copie.)

(5) Integrale $(e^x - 1)^3 \cdot e^x dx$: on pose $t = e^x - 1$, $dt = e^x dx$. Integrale $t^3 dt = t^4/4 + C = (e^x-1)^4/4 + C$. (Correct sur la copie.)

(6) Integrale $1/(2x-1)^3 dx$: on pose $t = 2x-1$, $dt = 2dx$. $(1/2) \int t^{-3} dt = (1/2)(t^{-2}/-2) + C = -1/(4(2x-1)^2) + C$. (Correct sur la copie.)

(7) Integrale $(2x+1)/(x^2(x+1)^2) dx$: **Erreur de depart** - il ne faut PAS developper le denominateur en $x^4+2x^3+\dots$ Il faut utiliser une decomposition en elements simples : $(2x+1)/(x^2(x+1)^2) = A/x + B/x^2 + C/(x+1) + D/(x+1)^2$. En remarquant que $2x+1 = (x+1)^2 - x^2$ (identite remarquable utile ici), on peut aussi ecrire $(2x+1)/(x^2(x+1)^2) = 1/x^2 - 1/(x+1)^2$. L'integrale devient alors : Integrale $(1/x^2 - 1/(x+1)^2) dx = -1/x + 1/(x+1) + C = -1/x + 1/(x+1) + C$.

(8) Integrale $e^{(2x)} \cdot \sin(2x) dx$ (double integration par parties) : en posant $u = \sin(2x)$, $dv = e^{(2x)} dx$ (ou l'inverse), et en repetant l'integration par parties deux fois puis en isolant l'integrale recherchee (methode 'circulaire'), on obtient : **Integrale = $e^{(2x)}(\sin(2x) - \cos(2x))/4 + C$** . (Sur la copie, une erreur de signe/facteur s'est glissee dans l'isolement final du terme en I ; en reprenant proprement $4I = e^{(2x)}(2\sin 2x - 2\cos 2x)$, on retombe sur ce resultat.)

(9) Integrale $(3x-5) \cdot \ln(x) dx$: par parties avec $u = \ln(x)$ ($du = dx/x$) et $dv = (3x-5)dx$ ($v = (3/2)x^2 - 5x$) : $= \ln(x) \cdot [(3/2)x^2 - 5x] - \int [(3/2)x^2 - 5x] \cdot (1/x) dx = \ln(x) \cdot [(3/2)x^2 - 5x] - \int (3/2 x - 5) dx = \ln(x) \cdot [(3/2)x^2 - 5x] - (3/4)x^2 + 5x + C$.

Erreur sur la copie : v a ete pris egal a $(3x^2)/x - 5x$ au lieu de $(3/2)x^2 - 5x$ (erreur de primitive de dv), ce qui fausse toute la suite du calcul.

Question 2 - Aires et volumes

1. Aire entre $y = x^2 - 4$ et $y = -x + 2$. Intersection : $x^2 - 4 = -x + 2 \rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow (x-2)(x+3) = 0 \rightarrow x = -3$ ou $x = 2$. Aire = Integrale de -3 a 2 de $[(-x+2) - (x^2-4)] dx = \text{Integrale de -3 a 2 } (-x^2 - x + 6) dx = [-x^3/3 - x^2/2 + 6x] \text{ de -3 a 2} = (-8/3 - 2 + 12) - (9 + 4,5 - 18) = 7,1667 - (-4,5) = 125/6 \sim 20,83$. (La methode et le calcul integral de la copie sont corrects, felicitations - la note de 9/10 le confirme.)

2. **Volume de revolution** de $y = \text{racine}(x^2-x^4)$ autour de l'axe des X, x entre -1 et 1 : $V = \pi \cdot \text{Integrale de -1 a 1 de } (x^2-x^4) dx = \pi \cdot [x^3/3 - x^5/5] \text{ de -1 a 1} = \pi \cdot [(1/3 - 1/5) - (-1/3 + 1/5)] = \pi \cdot [2/3 - 2/5] = \pi \cdot (10/15 - 6/15) = \pi \cdot (4/15)$ **unites de volume**. Sur la copie, le denominateur '4' de $x^5/4$ est une erreur (la primitive de x^4 est $x^5/5$, pas x^4/x qui n'a pas de sens) : c'est bien $x^5/5$, ce qui donne $\pi \cdot 4/15$, et non $\pi \cdot 1/6$ comme ecrit en fin de copie.

Question 3 - Geometrie dans l'espace (plans et droites)

(1) Plan passant par A(1,-3,1), vecteurs directeurs (-2,4,1) et (-1,0,2) : le vecteur normal au plan est le produit vectoriel des deux vecteurs directeurs : $n = (-2,4,1) \times (-1,0,2) = (4 \times 2 - 1 \times 0 ; 1 \times (-1) - (-2) \times 2 ; (-2) \times 0 - 4 \times (-1)) = (8 ; 3 ; 4)$. L'equation du plan est donc $8x + 3y + 4z = d$, avec d obtenu en remplaçant par les coordonnees de A : $8(1) + 3(-3) + 4(1) = 8 - 9 + 4 = 3$. **Plan : $8x + 3y + 4z = 3$.**

Erreur sur la copie : l'equation cartesienne a ete cherchee en resolvant un systeme coordonnee par coordonnee au lieu d'utiliser le produit vectoriel des deux vecteurs directeurs pour obtenir directement le vecteur normal (a,b,c) du plan $ax+by+cz=d$.

(2) Plan passant par A(2,-1,-3), B(0,1,4), C(-3,0,0). Vecteurs du plan : $AB = (-2,2,7)$, $AC = (-5,1,3)$. Vecteur normal = $AB \times AC = (2 \times 3 - 7 \times 1 ; 7 \times (-5) - (-2) \times 3 ; (-2) \times 1 - 2 \times (-5)) = (-1 ; -29 ; 8)$. Equation : $-x - 29y + 8z = d$, avec A : $-2 - 29(-1) + 8(-3) = -2 + 29 - 24 = 3$. **Plan : $-x - 29y + 8z = 3$** (ou, en representation parametrique : passant par A avec vecteurs directeurs AB et AC).

(3) Droite passant par P(1,-3,5), orthogonale au plan $x-y-z=0$. Comme la droite est orthogonale au plan, son vecteur directeur est le vecteur normal du plan, soit (1,-1,-1). **Equations cartesiennes de la droite :** $(x-1)/1 = (y+3)/(-1) = (z-5)/(-1)$, ce qui donne le systeme : $x + y = -2$ et $x + z = 6$ (en eliminant le parametre t).

(4) Plan passant par P(1,-1,-2) et Q(3,1,1), orthogonal au plan $x-2y+3z-5=0$. Vecteur $PQ = (2,2,3)$. Le vecteur normal du plan cherche doit etre perpendiculaire a la fois a PQ et au vecteur normal du plan donne (1,-2,3) (car les deux plans sont orthogonaux, donc leurs normales... attention : deux plans orthogonaux n'impliquent pas que leurs normales sont perpendiculaires - il faut plutot que le vecteur normal cherche soit perpendiculaire au vecteur normal du plan donne). Vecteur normal cherche = $PQ \times (1,-2,3) = (2 \times 3 - 3 \times (-2) ; 3 \times 1 - 2 \times 3 ; 2 \times (-2) - 2 \times 1) = (12 ; -3 ; -6)$. Equation avec P : $12(1) - 3(-1) - 6(-2) = 12 + 3 + 12 = 27$. **Plan : $12x - 3y - 6z = 27$** (soit, en divisant par 3 : $4x - y - 2z = 9$).

(5) Droite d2 : $\{x+y-4z=1 ; 2x-y+z=1\}$. On additionne les deux equations pour eliminer y : $3x-3z=2$, soit $x-z=2/3$. On peut alors exprimer y en fonction de x (ou z) a partir d'une des deux equations d'origine. La forme cartesienne s'obtient en explicitant la droite comme intersection des deux plans donnees (elle est deja donnee sous forme cartesienne dans l'enonce - il s'agit surtout ici de la mettre sous forme symetrique en introduisant un parametre, par exemple $z = t$, puis $x = 2/3 + t$ et $y = 1 - x + 4t = 1/3 + 3t$).

Question 4 - Demonstration : $C(n,p) = C(n-1,p-1) + C(n-1,p)$

Demonstration (formule de Pascal). Interpretation combinatoire : choisir p elements parmi n (note $C(n,p)$) revient a fixer un element particulier x parmi les n. Deux cas s'excluent et recouvrent toutes les possibilites :

- x fait partie du groupe choisi : il reste alors a choisir les p-1 elements restants parmi les n-1 autres elements -> $C(n-1, p-1)$ possibilites.

- x ne fait pas partie du groupe choisi : il faut alors choisir les p elements parmi les n-1 elements restants -> $C(n-1, p)$ possibilites.

Comme ces deux cas sont disjoints et exhaustifs : $C(n,p) = C(n-1,p-1) + C(n-1,p)$. (On peut aussi le demontrer par calcul direct a partir de la formule $C(n,p) = n!/(p!(n-p)!)$, en reduisant les deux termes de droite au meme denominateur.)

Question 5 - Denombrement

(1) Mots avec les lettres de 'younes' (6 lettres distinctes) commençant par n et se terminant par une voyelle. Voyelles disponibles parmi les lettres restantes (o,u,e) une fois n fixe en 1re position : 3 choix pour la derniere lettre, puis les 4 lettres restantes s'arrangent librement dans les 4 positions du milieu : $4! = 24$ arrangements. Total = $3 \times 24 = 72$ mots.

(2a) Nombres de 4 chiffres avec 0-9, repetitions permises, mais le 1er chiffre ne peut pas etre 0 (sinon ce n'est pas un nombre a 4 chiffres) : 9 choix (1re position) x 10 x 10 x 10 = **9000 nombres**.

(2b) Sans repetition : 9 (1re position, pas 0) x 9 x 8 x 7 = **4536 nombres**.

(2c) Sans repetition et dernier chiffre = 0 : 1 choix pour le dernier chiffre (0), 9 choix pour le 1er (1-9), 8 pour le 2e, 7 pour le 3e : 9 x 8 x 7 x 1 = **504 nombres**.

(3) 5 hommes et 4 femmes sur un banc, femmes aux places paires (4 places paires sur 9 places : positions 2,4,6,8) : les 4 femmes s'arrangent sur les 4 places paires (4! facons), les 5 hommes s'arrangent sur les 5 places impaires (5! facons). Total = 4! x 5! = 24 x 120 = **2880 possibilites**.

Erreur sur la copie : la formule utilisee (combinaisons $C(5,2)+C(4,2)$) ne correspond pas a la question posee. Ici, il s'agit d'un **arrangement** (l'ordre des personnes sur le banc compte), pas d'un choix de places : il faut donc utiliser des factorielles (permutations), pas des combinaisons.

(4a) Comite de 5 personnes parmi 25 dames et 15 messieurs (40 personnes) : $C(40,5)$ = **658 008 comites possibles**.

Erreur sur la copie : la formule ' $C(25,5)+C(15,5)$ ' ne correspond pas a un choix quelconque de 5 personnes parmi 40 : il faut $C(40,5)$, et non additionner deux combinaisons separees (cela reviendrait a compter uniquement les comites 100% dames OU 100% messieurs).

(4b) Comites avec exactement 3 dames (et donc 2 messieurs) : $C(25,3) \times C(15,2)$ = 2300 x 105 = **241 500 comites**.

(4c) Comites avec au moins 3 dames = (exactement 3 dames) + (exactement 4 dames) + (exactement 5 dames) : $C(25,3)C(15,2) + C(25,4)C(15,1) + C(25,5)C(15,0)$ = 241500 + 12650x15 + 53130 = 241500 + 189750 + 53130 = **484 380 comites**.

Question 6 - Triangle de Pascal et binome de Newton

1. 10e ligne du triangle de Pascal (a partir de la 9e ligne : 1 9 36 84 126 126 84 36 9 1) : en additionnant deux termes consecutifs de la ligne precedente : 1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1. (Correct sur la copie.)

2. Developpement de $(x/2 + 3y)^3$: $= (x/2)^3 + 3(x/2)^2(3y) + 3(x/2)(3y)^2 + (3y)^3 = x^3/8 + (9/4)x^2 y + (27/2)x y^2 + 27 y^3$.

Erreur sur la copie : les coefficients binomiaux (1,3,3,1 pour une puissance 3) n'ont pas ete correctement appliques a chaque terme du developpement.

3. Huitieme terme du developpement de $(4x^{2/3} - 3/(2x))^9$. Terme general (rang k+1) : $T(k+1) = C(9,k) \cdot (4x^{2/3})^{9-k} \cdot (-3/(2x))^k$. Pour le 8e terme, k = 7 : $T8 = C(9,7) \cdot (4x^{2/3})^2 \cdot (-3/(2x))^7 = 36 \cdot (16x^{4/9}) \cdot (-3^7/(2^7 x^7)) = 36 \cdot (16/9) \cdot (-2187/128) \cdot x^{(4-7)} = -8748 x^{-3}$ (a verifier/simplifier numeriquement, mais la methode est celle du binome de Newton avec identification du bon rang k = 7 pour le 8e terme).

4. Determiner n tel que $C(n,2) + 2C(n,3) - A(n,1) = 0$. $C(n,2) = n(n-1)/2$; $C(n,3) = n(n-1)(n-2)/6$; $A(n,1) = n$. L'equation devient : $n(n-1)/2 + n(n-1)(n-2)/3 - n = 0$. En divisant par n (n different de 0) : $(n-1)/2 + (n-1)(n-2)/3 - 1 = 0$. En multipliant par 6 : $3(n-1) + 2(n-1)(n-2) - 6 = 0 \rightarrow 3n-3 + 2(n^2-3n+2) - 6 = 0 \rightarrow 3n-3+2n^2-6n+4-6 = 0 \rightarrow 2n^2-3n-5 = 0$. Discriminant = 9+40 = 49, racines n = (3+7)/4 : n=2,5 (rejete, non entier) ou n=-1 (rejete, negatif). **Aucune solution entiere positive n'existe avec cette equation telle quelle : il convient de revoir l'ecriture exacte de l'equation de depart ($C(n,2)+2.C(n,3)-A(n,1)=0$) avant de conclure.**

Question 7 - Arbre de probabilites (tirage de boules sans remise)

Boite : 2 blanches, 2 noires, 3 rouges (7 boules au total).

2. $P(D) = P(2 \text{ boules de meme couleur}) = P(BB) + P(NN) + P(RR) = (2/7)(1/6) + (2/7)(1/6) + (3/7)(2/6) = 2/42 + 2/42 + 6/42 = 10/42 = 5/21$.

Erreur sur la copie : le calcul a utilise $1/6 \cdot 0/5$, $2/6 \cdot 1/5$... (denominateurs en /5) au lieu de /6, ce qui correspond a une mauvaise modelisation du deuxieme tirage (7 boules au 1er tirage -> 6 boules restantes au 2e tirage, pas 5).

3. $P(R) = P(\text{au moins une boule rouge}) = 1 - P(\text{aucune rouge}) = 1 - P(BB \text{ ou } BN \text{ ou } NB \text{ ou } NN) = 1 - [(2/7)(1/6) + (2/7)(2/6) + (2/7)(2/6) + (2/7)(1/6)] = 1 - [2/42 + 4/42 + 4/42 + 2/42] = 1 - 12/42 = 30/42 = 5/7$.

4. Evenement D inter R : 'les deux boules tirees sont de la meme couleur ET au moins une boule rouge est tiree' -> cela revient a dire que **les deux boules tirees sont rouges** (seul cas ou 'meme couleur' et 'au moins une rouge' sont simultanement vrais). $P(D \text{ inter } R) = P(RR) = (3/7)(2/6) = 6/42 = 1/7$.

Question 8 - Loi binomiale (resistances defectueuses)

X = nombre de resistances defectueuses parmi 10 prelevees, $p = 0,1$. X suit une loi binomiale $B(n=10 ; p=0,1)$, avec $P(X=k) = C(10,k) \cdot (0,1)^k \cdot (0,9)^{(10-k)}$.

2. $P(X=2) = C(10,2) \cdot (0,1)^2 \cdot (0,9)^8 = 45 \times 0,01 \times 0,4305 = 0,1937$ (soit environ 19,4%, et non 0,02 comme calcule sur la copie qui a oublie le facteur $C(10,2)=45$ et l'exposant $(0,9)^8$).

3. $P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = (0,9)^{10} + 10 \times 0,1 \times (0,9)^9 + 0,1937 = 0,3487 + 0,3874 + 0,1937 = 0,9298$.

4. $P(X \geq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) = 1 - 0,3487 - 0,3874 = 0,2639$.

Question 9 - Probabilites conditionnelles (chaudieres)

900 chaudieres 'a cheminee' (A), 600 chaudieres 'a ventouse' (B). Total = 1500. 1% des chaudieres A sont defectueuses, 5% des chaudieres B sont defectueuses.

1. Tableau de probabilite (effectifs) :

	D (defaut)	non-D	Total
A (cheminee)	9	891	900
B (ventouse)	30	570	600
Total	39	1461	1500

2. $P(A) = 900/1500 = 0,60$; $P(B) = 600/1500 = 0,40$.

3. $P(D \text{ inter } A) = 9/1500 = 0,006$; $P(D \text{ inter } B) = 30/1500 = 0,02$.

4. $P(D \text{ sachant } B) = 0,05$ (donnee directement dans l'enonce - c'est le taux de defectueux des chaudieres a ventouse).

5. $P(D \text{ sachant } A) = 0,01$ (donnee directement dans l'enonce).

6. $P(D) = P(D \text{ inter } A) + P(D \text{ inter } B) = 0,006 + 0,02 = 0,026$; $P(\text{non-D}) = 1 - 0,026 = 0,974$.

Erreur generale sur la copie : les probabilites de defectueux (1% et 5%) ont ete traitees comme des probabilites conditionnelles inversees ($P(A \text{ sachant } D)$ au lieu de $P(D \text{ sachant } A)$). Il faut bien lire l'enonce : '1% des chaudieres a cheminee sont defectueuses' signifie $P(D \text{ sachant } A) = 0,01$, pas l'inverse.

Question 10 - Loi normale (baguettes de pain)

$X \sim \text{Normale}(200 ; 5)$, ou 200 g est la moyenne et 5 g l'écart-type. La proportion 68% correspond à l'intervalle $\mu \pm 1.\sigma$, donc effectivement $\sigma = 5$ g (l'énoncé est cohérent : 68% des observations dans [195 ; 205]).

1. $P(190 < X < 210) = P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \sim \mathbf{0,9545}$ (règle des 2 sigma $\sim 95\%$, valeur précise via la table de la loi normale centrée réduite : $Z = (210-200)/5 = 2 \rightarrow \Phi(2) = 0,9772$, donc $P = 2 \times 0,9772 - 1 = 0,9545$).

2. $P(X < 190\text{g}) = P(Z < (190-200)/5) = P(Z < -2) = 1 - \Phi(2) = 1 - 0,9772 = \mathbf{0,0228}$.

3. $P(X > 195\text{g}) = P(Z > (195-200)/5) = P(Z > -1) = \Phi(1) = \mathbf{0,8413}$.

4. Intervalle centré autour de la moyenne contenant 95% des baguettes : en utilisant $Z = 1,96$ (valeur usuelle à 95%), l'intervalle est $[200 - 1,96 \times 5 ; 200 + 1,96 \times 5] = \mathbf{[190,2 \text{ g} ; 209,8 \text{ g}]}$.

Synthese des points a retravailler en priorite

Chimie : bien relire les notions des QCM (sens de déplacement des équilibres, définition précise de l'oxydant/reducteur) ; revoir la méthode de détermination des ordres partiels en cinétique chimique (comparer deux expériences en ne variant qu'un seul paramètre à la fois) ; bien appliquer Henderson-Hasselbalch pour les tampons.

Physique : revoir la loi de Coulomb (bien utiliser la distance propre à chaque paire de charges, jamais un produit de deux distances différentes) ; retravailler les lois de Kirchhoff (loi des nœuds + loi des mailles avec un sens de parcours fixe) ; faire attention à la lecture des tableaux de données (association fréquence $\leftrightarrow$ note).

Mathématiques : revoir la décomposition en éléments simples pour les fractions rationnelles complexes ; bien distinguer un problème d'**arrangement** (l'ordre compte, on utilise des factorielles $A(n,p)$) d'un problème de **combinaison** (l'ordre ne compte pas, on utilise $C(n,p)$) ; revoir le calcul des probabilités conditionnelles (bien identifier qui conditionne qui, $P(D \text{ sachant } A)$ et non $P(A \text{ sachant } D)$) ; s'entraîner sur la loi normale et la table de la fonction de répartition.